

A

代数曲線・代数曲面入門 (第2版) 正誤表

(2022年12月5日版)

注意! (1) 以下は第2版用の正誤表です。初版・新装版用の正誤表は、別に用意されています。

(2) 誤植以外に、著者が第2刷でに改良したいと考えている事項も含まれています。(例えば、セミナーで私が補足説明しないと学生が理解できなかったところなど)

目次

目次のページ番号の中で、以下の24個のページ番号が間違っていました。

2.1.4 正則関数と有理関数	30	31
2.2.4 有限写像	55	56
2.3. 射影代数多様体	58	59
2.4.2 代数多様体の局所環	66	67
2.5.2 ザリスキー接空間	79	80
3.6. 楕円曲線	135	136
4.3.3 標準因子	205	206
5.3.5 ブロー・アップと交点数	244	245
5.4.3 セールの双対定理	250	251
5.4.4 ホッジの指数定理	258	259
5.4.4b ザリスキー分解	269	260
5.5.6 アンプル判定法	274	275
6.1.6 直積空間のホモロジー群	296	297
6.1.9 カップ積	298	299
6.3.3 スペクトル系列の構成	329	330
6.4. 可微分多様体	340	341
6.5.3 ドルボー・コホモロジー	346	347
6.9.2 小平・スペンサー写像	374	375
6.10.1 特性巾級数	384	385
6.10.3 チャーン類	387	388

6.10.4 スティーフェル・ホイットニー類	391	392
7.8. K3 曲面	471	472
7.10.2 多重標準写像	489	490
7.10.7 $\mathbb{P}(\mathcal{E})$ 再論	503	504

第1章

p.8, 15 行目

誤: $L = \{(X : Y : Z) \in \mathbb{P}^3 \mid aX + bY + cZ = 0\}$

正: $L = \{(X : Y : Z) \in \mathbb{P}^2 \mid aX + bY + cZ = 0\}$

p.13, 下から 5 行目

誤: $(2 : 1)$ にならないのは零点と極のみで, そこでは $1 : 1$ である).

正: $(2 : 1)$ にならないのは $2z \in L$ を満たす z のみである).

p.16, 11 行目

誤: 一般に, S が環で I が S のイデアルのとき,

正: 一般に, R が環で I が R のイデアルのとき,

p.18, 定理 1.2.4 の証明

以下の証明と差し替えて下さい. こっちのほうが明解です.

証明.* 厳密な証明には, 後で説明する定理 2.2.20 が必要であるが, 話の都合上, それを利用して説明する.

\mathfrak{m} が極大イデアルのとき, $K = \mathbb{C}[X, Y]/\mathfrak{m}$ は体である. $\psi: \mathbb{C}[X, Y] \rightarrow \mathbb{C}[X, Y]/\mathfrak{m} = K$ を自然な全射とする. $\psi(\mathbb{C})$ は \mathbb{C} と同型な K の部分体なので, $\psi(\mathbb{C})$ と \mathbb{C} を同一視して $\mathbb{C} \subset K$ と考える.

K は \mathbb{C} 上 $\psi(X)$ と $\psi(Y)$ で生成される有限生成な整域である. $K = R$ として定理 2.2.20 を使うと, K は体なので $\text{tr. deg}_{\mathbb{C}} Q(R) = \text{Krull dim } R = 0$, つまり, K は \mathbb{C} 上代数的であることがわかる. \mathbb{C} の代数拡大体は \mathbb{C} 以外にないから, $K = \mathbb{C}$ である. そこで, $a = \psi(X), b = \psi(Y) \in K = \mathbb{C}$ とおけば, $\psi(X - a) = \psi(Y - b) = 0$ だから, $(X - a, Y - b) \subset \text{Ker } \psi = \mathfrak{m}$ である. $(X - a, Y - b)$ は $\mathbb{C}[X, Y]$ の極大イデアルだから, $(X - a, Y - b) = \mathfrak{m}$ である. \square

第2章

p.25 下から 10 ~ 9 行目

誤: $I = (f_1, \dots, f_r)$ とか $Rf_1 + \dots + Rf_r$ とか $\sum_{i=1}^r Rf_i$ とか $\sum_{i=1}^r f_i R$ と書き,

正: $I = (f_1, \dots, f_r)$ とか $Sf_1 + \dots + Sf_r$ とか $\sum_{i=1}^r Sf_i$ とか $\sum_{i=1}^r f_i S$ と書き,

p.25 下から 5 行目

誤: 座標環 S/I が整域であるとき,

正: 座標環 R が整域であるとき,

p.27 定理 2.1.4 の証明の 3 行目

誤: $N_{i+1} = N_i + Rx_i$ とおく.

正: $N_{i+1} = N_i + Rx_{i+1}$ とおく.

p.27 下から 2 行目

誤: $\varphi: M \rightarrow M_1$ を自然な全射とする.

正: $\varphi: M \rightarrow M_2$ を自然な全射とする.

p.29 定理 2.1.7 の証明

本文の証明を改良しました.

証明.* (1) \mathfrak{m} は $S = \mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]$ の極大イデアルとし, $\psi: S \rightarrow S/\mathfrak{m} = K$ を自然な全射とする.

K は \mathbb{C} 上 $\psi(X_1), \dots, \psi(X_n)$ で生成される有限生成な整域である. $K = R$ として定理 2.2.20 を使うと, K は体なので $\text{tr. deg}_{\mathbb{C}} Q(R) = \text{Krull dim } R = 0$, つまり, K は \mathbb{C} 上代数的であることがわかる. \mathbb{C} は代数閉体だから, $K = \mathbb{C}$ である.

そこで, $a_i = \psi(X_i)$ とおき $\mathfrak{M} = (X_1 - a_1, \dots, X_n - a_n)$ とおく. $\psi(X_i - a_i) = 0$ だから, $\mathfrak{M} \subset \text{Ker } \psi = \mathfrak{m}$ である. \mathfrak{M} は S の極大イデアルだから, $\mathfrak{M} = \mathfrak{m}$ である.

(2) の証明は, 定理 1.2.5 の証明と同様である. \square

p.38 定理 2.1.22 の証明の最後の 2 行

誤: よって, \tilde{I} は \tilde{R} の素イデアルであり, \tilde{U} はアフィン代数多様体である. \square

正: よって, \tilde{I} は \tilde{S} の素イデアルであり, $U \cong \tilde{U}$ はアフィン代数多様体とみなせる. \square

p.39 命題 2.1.25a の証明の 5 行目

誤: $P \in D(f_1) \cup \dots \cup D(f_k)$ で $k < i \leq r$ に対して

正: $P \in D(f_1) \cap \dots \cap D(f_k)$ で $k < i \leq r$ に対して

p.40 命題 2.1.28a の証明の 5 ~ 7 行目

$\bigcap_{j=1}^s$ を $\bigcap_{j=1}^s$ に修正し (2ヶ所), T_i を T に修正 (2ヶ所) して下さい。結局, 以下のようになります。

が成り立つ。逆に, $S_i := \bigcap_{j=1}^s R[1/f_i g_j]$ の元は, $x = h_1/f_i^n g_1^{m_1} = \dots = h_s/f_i^n g_s^{m_s}$

と書けるので, ある $y_i \in \bigcap_{j=1}^s R[1/g_j] =: T$ により, $x = y_i/f_i^n$ と書ける。よって,

$R[1/f_i] \cdot T \supset S_i$ である。

p.41 命題 2.1.31(3)(補足)

修正前: (3) $V(I) = V(\sqrt{I}), D(I) = D(\sqrt{I})$ である。

修正後: (3) R が座標環で整域のとき, $V(I) = V(\sqrt{I}), D(I) = D(\sqrt{I})$ である。

p.43 定理 2.1.34 の証明の最後の 3 行 (補足説明)

$$p_i \supset \sqrt{I} = \sqrt{q'_1} \cap \dots \cap \sqrt{q'_m} = p'_1 \cap \dots \cap p'_s$$

より, ある j が存在し, $p_i \supset p'_j$ となる。

という部分の証明を補足します。

もし, 任意の j に対して p_i に含まれない $x_j \in p'_j$ が存在すれば, $x_1 \cdots x_s \in p'_1 \cap \dots \cap p'_s \subset p_i$ であるが, p_i は素イデアルなので, ある j に対して $x_j \in p_i$ となり矛盾する。よって, p'_j は p_i に含まれる。

p.46 定理 2.2.3(4) の 2 行目

誤: このとき,

正: このとき, J が素イデアルならば,

また, p.46 ~ 47 の証明で, (10) の証明を (3) と (4) の間に配置して下さい。(10) を (4) と (8) の証明で用いています。

p.47 定理 2.2.3(2) の証明

下記の原稿と差し替えます。(もとの証明がきたないので)

[差し替え原稿]

(2) $S = R - \mathfrak{p}$ とし, $x \in R_{\mathfrak{p}} - \mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}}$ とする. ある $r, s \in S$ により $x = r/s$ と書ける. すると, $s/r \in R_{\mathfrak{p}}$ であり, $(r/s)(s/r) = 1$ となる. よって, x は $R_{\mathfrak{p}}$ の可逆元である.

さて, もし, $\mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}} \subsetneq I \subsetneq R_{\mathfrak{p}}$ を満たす $R_{\mathfrak{p}}$ にイデアル I が存在すれば, 上の考察から I は $R_{\mathfrak{p}}$ の可逆元を 1 個以上含む. すると, $I = R_{\mathfrak{p}}$ となり矛盾する. よって, $\mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}}$ は $R_{\mathfrak{p}}$ の極大イデアルである.

また, $\mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}}$ 以外の極大イデアル \mathfrak{m} が存在したと仮定すると, 同様に, \mathfrak{m} は $R_{\mathfrak{p}}$ の可逆元を 1 個以上含み, $\mathfrak{m} = R_{\mathfrak{p}}$ となり矛盾する.

p.47 定理 2.2.3(9) の証明

下記の原稿と差し替えます. (もとの証明が不親切なので)

[差し替え原稿]

(9) 上の議論から, $J \subset \mathfrak{p}$ であるような R の素イデアルと, $R_{\mathfrak{p}}$ の素イデアル I が, $I = JR_{\mathfrak{p}}$, $J = I \cap R$ という対応で 1 対 1 に対応している. このことと, クルル次元, 高さの定義からすぐわかる. \square

p.47 の末尾.

以下の説明を追加します.

[追加原稿]

また, R が整域でない可換環の場合でも, $\eta: R \rightarrow R_{\mathfrak{p}}$ を $\eta(f) = f/1$ で定め, $I \cap R$ を $\eta^{-1}(I)$ と読み替えれば, 上の定理はすべて成立する.

p.49 定理 2.2.7 への補足説明

定理 2.2.7 の証明中で次の事実を用いています. ほとんどの読者の皆様はご存知と思いますが.

命題 2.2.6b. (R, \mathfrak{m}) は局所環とする. このとき, \mathfrak{m} に属さない R の元 x は可逆元である. つまり, R 内に x の逆元 $1/x$ が存在する.

証明. x が R 内に逆元を持たなければ, 単項イデアル (x) は R とは一致しない. (x) を含む極大イデアルが存在するが, それは \mathfrak{m} しかなく, $x \in \mathfrak{m}$ となる. \square

p.50 系 2.2.8 の証明への補足説明

証明の最後から 2 行目の $\mathfrak{m}M = M$ の $\mathfrak{m}M \supset M$ の部分の証明は必ずしも自明ではありません. Artin-Rees の補題 ([永田] p.74 定理 3.0.6, [松村] p.71 定理 8.5 等参

照)を使うか, ちょっとした議論が必要です. それを証明の中に書き込むと以下のようになります.

証明. I を含む極大イデアル \mathfrak{m} を取る. $I \subset \mathfrak{m}R_{\mathfrak{m}}$ なので, 最初から (R, \mathfrak{m}) を局所整域と仮定して, $\bigcap_{n=1}^{\infty} \mathfrak{m}^n = 0$ を示せばよい. $M = \bigcap_{n=1}^{\infty} \mathfrak{m}^n$ とする. $\mathfrak{m}M = M$ を示す. $\mathfrak{m}M \subset M$ は自明.

$\mathfrak{m}M \supset M$ を示そう. $\mathfrak{m} = (a_1, \dots, a_s)$ と書ける. 多項式環 $S = R[X_1, \dots, X_s]$ を考え, 自然な準同型写像 $\varphi: S \rightarrow R$ を $\varphi(X_i) = a_i$ で定める.

$$S_n = \{f \in S \mid f \text{ は } n \text{ 次斉次多項式}\} \cup \{0\},$$

$$J_n := \{f \in S_n \mid \varphi(f) \in \mathfrak{m}^n \cap M\}$$

とし, $J = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} J_n$ とおく. J は S のイデアルなので, $J = (f_1, \dots, f_s)$ と書ける.

$d_i = \deg f_i$, $n_0 = \max\{d_1, \dots, d_s\}$ とする. $\varphi(S_n) = \mathfrak{m}^n$ に注意する.

勝手な $b \in M$ を取る. $n = n_0 + 1$ とすると, $b \in \mathfrak{m}^n$ なので, $\varphi(g) = b$ となる $g \in S_n$ が存在する. $g = h_1 f_1 + \dots + h_s f_s$ ($h_i \in S$ はある $(n - d_i)$ 次斉次式) と書ける.

$$b = \varphi(g) = \sum_{i=1}^s \varphi(h_i) \varphi(f_i) \in \sum_{i=1}^s \mathfrak{m}^{n-d_i} M \subset \mathfrak{m}^{n-n_0} M = \mathfrak{m}M$$

となる. よって, $\mathfrak{m}M = M$ である.

そこで, $N = 0$ として中山の補題を使うと, $M = 0$ が得られる. □

R が座標環の場合は, 多項式環から剰余環と局所化の操作だけで作られるので, 中山の補題を使わずに直接証明することもできます. 証明の 1 例を書いておきます.

系 2.2.8'. R がアフィン代数多様体 V の座標環, $I \neq R$ がそのイデアルのとき, $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = 0$ である.

証明. I を含む極大イデアル \mathfrak{m} を取る. $J := \bigcap_{n=1}^{\infty} \mathfrak{m}^n$ とし, $J = 0$ を示せばよい.

$0 \neq \exists f \in J$ と仮定する. f は V 上の有理関数なので, \mathfrak{m} に対応する点 P における零点の位数は有限である. よって, ある $e \in \mathbb{N}$ が存在して $f \notin \mathfrak{m}^e$ となる. すると $J \not\subset \mathfrak{m}^e$ となり矛盾する. □

誤: x の R 上の最小多項式

正: z の R 上の最小多項式

p.50 定義 2.2.9 の最後から 3 行目

誤: $x_1, \dots, x_n \in S$ に対し, $R[X_1, \dots, X_n] \cong R[x_1, \dots, x_n]$

正: $x_1, \dots, x_n \in S$ に対し, R -多元環として $R[X_1, \dots, X_n] \cong R[x_1, \dots, x_n]$

p.51 系 2.2.11a の (5) の証明の 2 行目

誤: $\frac{1}{x} = \frac{1}{a_0}(x^{n-1} + a_{n-1}x^{n-1} + \dots$

正: $\frac{1}{x} = -\frac{1}{a_0}(x^{n-1} + a_{n-1}x^{n-1} + \dots$

p.51 例 2.2.12 の 2 行目

誤: $z^2 + (x^2 + y^2 - 1) = 0$

正: $z^2 + (X^2 + Y^2 - 1) = 0$

p.52 定理 2.2.14 の証明の 3 行目

誤: $S' = Rx_1 + \dots + R_n x_n$

正: $S' = Rx_1 + \dots + Rx_n$

p.52 定理 2.2.14 の証明の 13 行目

誤: 極大イデアル \tilde{q} で

正: 極大イデアル \tilde{q} で

p.55 定理 2.2.20 の証明の最後の 2 行目

やや不明瞭なので改良します。

旧: 上の考察から, $f_i \in \mathfrak{p}_i$ を, その \mathfrak{p}_{i-1} を法とする同値類が $Q(R/\mathfrak{p}_{i-1})$ 上超越的であるように選ぶことができ, このとき f_1, \dots, f_d は \mathbb{C} 上代数的独立である。□

新: 上の構成法では, 適当に $a_{i,1}, \dots, a_{i,i-1} \in \mathbb{C}$ を選べば $f_i := x_i + a_{i,i-1}x_{i-1} + \dots + a_{i,1}x_1 \in \mathfrak{p}_i$ となるようにできる。このとき, f_1, \dots, f_d は \mathbb{C} 上代数的独立である。□

p.55 命題 2.2.24

後で局所環で使っている場所があったので, 定理の主張を一般化して証明も差し替えます。

[差替原稿]

命題 2.2.24. (Krull の標高定理) R は \mathbb{C} 上有限生成な整域またはその局所化, $I = (g_1, \dots, g_r)$ は R のイデアル, \mathfrak{p} は I の極小素因子とする. すると, $\text{ht } \mathfrak{p} \leq r$ が成り立つ.

証明. $r = 1$ のときは多項式環に帰着できるので簡単. $r \geq 2$ とする. $\mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}}$ は $IR_{\mathfrak{p}}$ の極小素因子である. $\text{ht } \mathfrak{q} = \text{ht } \mathfrak{p} - 1$ なる素イデアル $\mathfrak{q} \subset R_{\mathfrak{p}}$ を取る. $g_r \in \mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}} - \mathfrak{q}$ と仮定してよい. $\sqrt{g_r R_{\mathfrak{p}} + \mathfrak{q}} = \mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}}$ なので, ある $m \in \mathbb{N}$ を取ると, 任意の $1 \leq i < r$ に対して, $g_i^m \in g_r R_{\mathfrak{p}} + \mathfrak{q}$ である. $g_i^m = g'_i + a_i g_r$ ($g'_i \in \mathfrak{q}$, $a_i \in R_{\mathfrak{p}}$) と表せる. $J := g'_1 R_{\mathfrak{p}} + \dots + g'_{r-1} R_{\mathfrak{p}}$ とし, 極小素因子 $J \subset \mathfrak{r} \subset \mathfrak{q} \subset R_{\mathfrak{p}}$ を取る. $\mathfrak{r} + g_r R_{\mathfrak{p}} \ni g_i^m$ だから $\mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}}/\mathfrak{q}R_{\mathfrak{p}}$ は $g_r R_{\mathfrak{p}}/\mathfrak{q}R_{\mathfrak{p}}$ の極小素因子で, $r = 1$ の場合の結果から高さ 1 であり, $\mathfrak{r} = \mathfrak{q}$ となる. 帰納法の仮定から, $\text{ht } \mathfrak{q} \leq r - 1$ である. \square

p.57 定理 2.2.28a(2) の 2 行目

証明の都合上, 次のように書き直します.

旧: あるアフィン開集合 $U_V \subset V$, $U_W \subset W$ を選んで, $\varphi: U_V \rightarrow U_W$ が有限写像になるようにできる.

新: あるアフィン開集合 $D_V(f) \subset V$, $D_W(g) \subset W$ を選んで, $\varphi: D_V(f) \rightarrow D_W(g)$ が有限写像になるようにできる.

p.57 定理 2.2.28a(3) の 1 行目

以下のように仮定を正確に書き直します.

(3) 支配的正則写像 $\varphi: V \rightarrow W$ が V のあるザリスキー開集合上で単射ならば,

p.57 定理 2.2.28a(5)

以下の仮定は不要なので削除して下さい. $\varphi: V \rightarrow W$ は正則写像であれば OK です.

旧: (5) $\varphi: V \rightarrow W$ が支配的ならば, W のある閉部分多様体 Z_1, \dots, Z_r と, 各 Z_i のある開部分多様体 U_i が存在して,

新: (5) W のある閉部分多様体 Z_1, \dots, Z_r と, 各 Z_i のあるアフィン開集合 U_i が存在して,

p.57 定理 2.2.28a の証明 (2)Step 2 の最後の行

誤: $D_V(f) \cong D_W(f)$ である. よって, (1) が成り立つ.

正: $D_V(f) \cong D_W(f)$ である. よって, (2) が成り立つ.

p.58 1 行目

誤: $f \in R_X$

正: $f \in R_V$

p.58 8 ~ 15 行目

以下のように書き換えて下さい .

[書き換え原稿]

また , $R \subset R_{V'}$ だから , この包含写像より $\psi: V' \rightarrow Z$ が定まり , $\varphi = \pi \circ \psi$ を満たす .

帰納法の仮定から , あるアフィン開集合 $D_{V'}(f') \subset V'$, $D_Z(h') \subset Z$ を選んで , $\psi: D_{V'}(f') \rightarrow D_Z(h')$ が有限写像になるようにできる . Step 1 の結果から , あるアフィン開集合 $D_W(g) \subset W' \subset W$, $D_Z(h) \subset D_Z(h')$ を選んで , $\pi: D_Z(h) \rightarrow D_W(g)$ が有限写像になるようにできる . $\psi^{-1}(D_Z(h)) = D_{D_{V'}(f')}(\psi^*(h)) = D_V(bf'\psi^*(h)) =: U_V$ とおけば , $\varphi: U_V \rightarrow D_W(g)$ は有限写像である .

p.58 定理 2.2.28a の証明 (5) の 2 行目

誤: $Z_1 = W$ とする . (4) より , $Z_1 = W$ のあるアフィン開集合 U_1 で ,

正: $\varphi(V)$ の W におけるザリスキー閉包を Z_1 とする . (4) より , Z_1 のあるアフィン開集合 U_1 で ,

p.58 定理 2.2.28a の証明 (5) の 5 行目

誤: $W - U_1 = \varphi(V_1) \cup \dots \cup \varphi(V_k)$ である .

正: $\varphi(V) - U_1 \subset \varphi(V_1) \cup \dots \cup \varphi(V_k)$ である .

p.60 9 行目

誤: $Q(S)$ の d 次斉次元全体の集合と $\{0\}$ の合併集合を $Q(R)_d$ と書く .

正: $Q(S)$ の d 次斉次元全体の集合と $\{0\}$ の合併集合を $Q(S)_d$ と書く .

p.60 定理 2.3.3 の証明の 3 行目

誤: ある $f_{i,d} \in S_d$ により ,

正: ある $f_{i,d} \in I \cap S_d$ により ,

p.62 定義 2.3.6a の直後から命題 2.3.6b の直前まで .

下記原稿のように少しだけ書き直します .

[差し替え原稿]

$S = \mathbb{C}[X_0, \dots, X_n]$, I は S の斉次イデアルで, $R = S/I$ であるとする. $G \in R_{d-\{0\}}$ ($d > 0$) はある $\tilde{G} \in S_d$ の I を法とする同値類として表せる. $(a_0 : a_1 : \dots : a_n) \in V \subset \mathbb{P}^n$ のとき, $\tilde{G}(a_0, a_1, \dots, a_n)$ の値は \tilde{G} の選び方に依存しないので, $G(a_0, a_1, \dots, a_n) = \tilde{G}(a_0, a_1, \dots, a_n)$ と定義できる. そして,

$$D_+(G) = \{(a_0 : \dots : a_n) \in V \subset \mathbb{P}^n \mid \tilde{G}(a_0, \dots, a_n) \neq 0\}$$

$$R_U = \left(R \left[\frac{1}{G} \right] \right)_0 = \left\{ \frac{F}{G^k} \in Q(R)_0 \mid k \in \mathbb{N} \cup \{0\}, F \in S_{kd} \right\}$$

と定める. ここで, $U = D_+(G)$ である.

p.64 命題 2.3.6c の証明の 6 ~ 7 行目

誤: $f_i \in R_{U_0}$ の斉次化を $F_i \in R$ とし $J_0 = (F_1, \dots, F_r) \subset R$ とおく. $U \cap U_0 = D_+(J_0) \cap U_0$ が成り立つことは容易に確認できる.

正: $f_i \in R_{U_0}$ の斉次化 $F_i \in R$ を $V_+(F_i) \supset V - U$ となるように選び, $J_0 = (F_1, \dots, F_r) \subset R$ とおく. $U \cap U_0 = D_+(J_0) \cap U_0$, $U \supset D_+(J_0)$ が成り立つことは容易に確認できる.

p.64 注意 2.3.7 の 3 行目

誤: (定義 2.4.17 参照)

正: (定義 2.4.16 参照)

p.64 下から 10 ~ 9 行目

誤: しかし, 例 2.3.7 は,

正: しかし, 注意 2.3.7 は,

p.65 命題 2.3.8 の証明の 2 ~ 3 行目

誤: F を F_1 の素因数分解に現れる素因数とすると, $(F) \subset I$ であり, (F) は素イデアルである.

正: F_1 のある素因数 F で $F \in I$ となるものが存在する. $(F) \subset I$ であり, (F) は素イデアルである.

p.66 定義 2.4.3 の証明

3ヶ所登場する添え字の m は r の間違いです. 正しくは,

$U_I = W_2 \cap W_3 \cap \dots \cap W_r$ なので, 命題 2.1.28a より, U_I は U_i のアフィン開集合であり, U_I の座標環は $R'_2 \cdots R'_r$ である. $R_I = R'_2 \cdots R'_r$ なので, R_I が U_I の座標環である.

p.68

誤: 定義 2.4.6

正: 注意 2.4.6

p.69 命題 2.4.9(2) の証明の 1 行目

誤: $U_i = V_{i,1} \cup \cdots \cup V_{i,m_i}$

正: $V \cap U_i = V_{i,1} \cup \cdots \cup V_{i,m_i}$

p.70 命題 2.4.13a(3) の 1 ~ 2 行目

誤:

(3) U は X のアフィン開集合, W_1, W_2 は U のアフィン開集合で, U 内で $W_1 = D(f_1)$, $W_2 = D(f_2)$ という形に書けるとき,

正:

(3) U は X のアフィン開集合, U_1, U_2 は U のアフィン開集合で, $U = U_1 \cup U_2$ かつ, U 内で $U_1 = D(f_1)$, $U_2 = D(f_2)$ という形に書けるとき,

p.71 命題 2.4.15 の 1 ~ 2 行目

誤: V は X のアフィン開集合, W_1, W_2 は U のアフィン開集合で, V 内で $W_1 = D(f_1)$, $W_2 = D(f_2)$ という形に書けるとき,

正: V は X のアフィン開集合, U_1, U_2 は V のアフィン開集合で, $V = U_1 \cup U_2$ かつ, V 内で $U_1 = D(f_1)$, $U_2 = D(f_2)$ という形に書けるとき,

p.73 定理 2.4.18(3) の証明の 2 行目

誤: アフィン開集合 $Q \in U \subset Y$ を取る .

正: 十分小さいアフィン開集合 $Q \in U \subset Y$ を取る .

p.73 定理 2.4.18(3) の証明の 6 行目

誤: 同型写像 $\psi|_U: U' \rightarrow U$ を通して, $U \cap \psi(W) \ni Q$ は

正: 同型写像 $\varphi|_U: U' \rightarrow U$ を通して, $U \cap \varphi^{-1}(W) \ni Q$ は

p.73 定理 2.4.18(3) の証明の最後から 2 行目

誤: $f \in \mathcal{O}_Y(U)$ を満たす .

正: 十分小さい U を取れば $f \in \mathcal{O}_Y(U)$ を満たす .

p.74 命題 2.4.21 の 1 行目

誤: X は n 次元代数代数多様体,

正: X は n 次元代数多様体,

p.74 命題 2.4.21 の証明の 6 ~ 7 行目

誤: U_i における $Y \cap U_i$ のザリスキー閉包を Y_i とし, U_i における $Y \cap U_i$ の解析的閉包を Y'_i とするとき,

正: U_i における $Y \cap U_i$ のザリスキー閉包を Y_i とし, U_i における $Y \cap U_i$ の解析的閉包を Y'_i とするとき,

p.74 命題 2.4.21 の証明の最後から 6 ~ 5 行目

誤:

ので, $\bar{Y} = Y'$ である.

また, Y が $W = D(f_i)$ 内のザリスキー閉集合のとき,

正:

ので, $\bar{Y} = Y'$ である. $\bar{Y} \cap D(f_i) = Y \cap D(f_i)$ より $\bar{Y} \cap W = Y$ である.

また, Y が $W = D(f_i)$ 内の閉部分多様体のとき,

p.74 命題 2.4.21 の証明の最後の行

誤: であり, $R_Y \cap W = Y$ である.

正: である.

p.75 定理 2.4.22(1) の証明の最後から 3 行目と最後から 2 行目

誤: $U'_i = Z \cap X$, $R'_i = \mathcal{O}_X(U)/\mathcal{J}(U)$ と定める.

正: $U'_i = Z \cap U_i$, $R'_i = \mathcal{O}_X(U_i)/\mathcal{J}(U_i)$ と定める.

p.75 定理 2.4.22(3) の証明の最初の行

誤: (3) $\varphi(Y)$ の X におけるザリスキー位相に関する閉包を Z とする.

正: (3) $\varphi(X)$ の Y におけるザリスキー位相に関する閉包を Z とする.

p.76 定理 2.4.24(1) の証明の 1 行目

誤: 命題 2.2.6 より,

正: 定理 2.2.28a(1) より,

p.76 定理 2.4.24(1) の証明の 8 ~ 10 行目

誤: 多項式の性質から, 十分小さい正の実数 $\varepsilon > 0$ を取ると, ある正の実数 $\delta > 0$ が存在して, $|x_j - a_j| \geq \varepsilon$ ($1 \leq j \leq n$) ならば, $|F_i(x_1, \dots, x_n) - b_i| \geq \delta$ となる.

正: 複素正則関数の性質から, \mathbb{C}^n の開集合の F_i による像は \mathbb{C} の開集合である ($n = 1$ の場合は, 例えば, アールフォルス「複素解析」現代数学社, p.141 の系 1 参照. $n \geq 2$ の場合は帰納法ですぐ証明できる).

p.77 定理 2.4.24(3) の証明の 2 行目

誤: $\varphi(X)$ は Y のザリスキー開集合である.

正: $\varphi(X)$ は Y のザリスキー閉集合である.

p.78 定理 2.5.3(2) の証明

以下の原稿と差し替えて下さい.

[差し替え原稿]

(2) $\mathfrak{m} = (x_1, \dots, x_d)$ であるので, $\mathfrak{m}^r / \mathfrak{m}^{r+1}$ は x_1, \dots, x_d の r 次単項式全体で生成される. あと, x_1, \dots, x_d が \mathbb{C} 上代数的独立であることを示せばよい.

$d = 1$ のときは自明である. $d \geq 2$ とする. 素イデアル列 $(0) = \mathfrak{p}_0 \subsetneq \mathfrak{p}_1 \subsetneq \dots \subsetneq \mathfrak{p}_d = \mathfrak{m}$ を $(x_1, \dots, x_i) \subset \mathfrak{p}_i$ となるように取れる ($(x_1, \dots, x_i)R_{\mathfrak{p}_{i+1}}$ の極小素因子と R の共通部分を \mathfrak{p}_i とおけばよい). R/\mathfrak{p}_1 は (x_2, \dots, x_d) を極大イデアルとする正則局所環なので, 帰納法の仮定から x_2, \dots, x_d は代数的独立である. $f \in \mathfrak{p}_d - \mathfrak{p}_{d-1}$ を, その像が R/\mathfrak{p}_{d-1} 上超越的な元であるように選ぶ. $\sqrt{fR + \mathfrak{p}_{d-1}} = \mathfrak{p}_d$ なので, ある $m \in \mathbb{N}$ と $0 \neq a \in R - \mathfrak{p}_d$ により $x_d^m - af \in \mathfrak{p}_{d-1}$ と書ける. f, x_2, \dots, x_n は代数的独立なので, x_1, x_2, \dots, x_n も代数的独立である. \square

p.79 定理 2.5.5 の証明の第 3 段落

第 3 段落中の f を, 以下のようにすべて g に書き直して下さい. f_1, f_2 が重複して 2 通りの意味に使われていました.

[修正後]

$g \in S$ に対し,

$$\tilde{\varphi}(g) = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1}(P), \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n}(P) \right) \in \mathbb{C}^n$$

として準同型写像 $\tilde{\varphi}: S \rightarrow \mathbb{C}^n$ を定義する. g の定数項を $g_0 \in \mathbb{C}$ とし, g の 1 次の項を $g_1 = c_1 X_1 + \dots + c_n X_n \in \mathfrak{m}$, g の 2 次以上の項を $g_2 \in \mathfrak{m}^2$ とする. $g = g_0 + g_1 + g_2$ である. P は原点としておいたので, $\frac{\partial g}{\partial X_i}(P) = c_i$ で, $\tilde{\varphi}(g) = (c_1, \dots, c_n)$ である. また, $g \in \mathfrak{m}^2$ のとき $\tilde{\varphi}(g) = 0$ なので,

p.80 下から 2 行目

誤: 定理 2.5.8.

正: 定義 2.5.8.

p.82 定理 2.5.12a の証明の 7 行目と 9 行目

7 行目

誤: d 次正方行列を $J(Q)$ とする .

正: $n - d$ 次正方行列を $J(Q)$ とする .

9 行目

誤: $\det A(P) \neq 0$ かつ $\det J(Q) \neq 0$

正: $\det A(Q) \neq 0$ かつ $\det J(Q) \neq 0$

p.82 ~ 83 定理 2.5.12b の証明

以下の原稿と差し替えて下さい .

[差し替え原稿]

証明. $\mathfrak{m}, \mathfrak{n}$ を $\mathcal{O}_{X,P}, \mathcal{O}_{Y,P}$ の極大イデアル, $\varphi: \mathcal{O}_{X,P} \rightarrow \mathcal{O}_{Y,P}$ を自然な全射とする. $I := \text{Ker } \varphi \subset \mathfrak{m}$ は P のある近傍での Y の定義イデアルである. φ から誘導される $\bar{\varphi}_k: \mathfrak{m}^k/\mathfrak{m}^{k+1} \rightarrow \mathfrak{n}^k/\mathfrak{n}^{k+1}$ ($k \in \mathbb{N}$) は全射である. $\mathcal{O}_{Y,P}$ の正則パラメータ系 (y_1, \dots, y_r) を取り, $\varphi(x_i) = y_i$ となるような $x_1, \dots, x_r \in \mathfrak{m} \subset \mathcal{O}_{X,P}$ を取る. $\text{Ker } \bar{\varphi}_1 = I/(I \cap \mathfrak{m}^2)$ なので, $x_{r+1}, \dots, x_n \in I$ を適当にとると, \mathfrak{m}^2 を法とする同値類 $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$ は $\mathfrak{m}/\mathfrak{m}^2$ の基底になる. $J := (x_{r+1}, \dots, x_n) \subset I$ とおく. $\mathfrak{m}^k/\mathfrak{m}^{k+1}$ は x_1, \dots, x_n の k 次単項式の像で生成されるので, $\text{Ker } \bar{\varphi}_k = (I \cap \mathfrak{m}^k)/(I \cap \mathfrak{m}^{k+1}) = \mathfrak{m}^{k-1}J/(\mathfrak{m}^{k-1}J \cap \mathfrak{m}^k)$ である. よって, $I = J + (I \cap \mathfrak{m}^2)$, $I \cap \mathfrak{m}^k = \mathfrak{m}^{k-1}J + (I \cap \mathfrak{m}^{k+1})$ ($k \in \mathbb{N}$) である. これより, $I = J + \mathfrak{m}I$ がわかり, 中山の補題より $I = J$ である. 前定理 (1) より, P のアフィン開近傍 $U \subset X$ を十分小さく選べば, この U と (x_1, \dots, x_n) が題意を満たす. \square

p.85 定理 2.5.17 の証明の 3 ~ 6 行目

以下の原稿と差し替えて下さい .

[差し替え原稿]

C_2 はコンパクトだから $\{f(P_i)\}$ はある点 $Q \in C_2$ に収束する部分列を含むが, $C_1 - U, C_2 - W$ は有限集合で, \mathbb{C} 内の単位開円板と同相な P, Q の解析的開近傍が存在するので, この点 Q は P に収束する点列 $\{P_i\}$ の選び方に依存しない.

p.86 ~ 88. 第 2.6.1 項全部と 2.6.2 項の冒頭

定義 2.6.1 の中で I が素イデアルになることを、うっかりしていましたが、その証明を命題 2.6.2b(2) に追加して、下記の原稿と差し替えます。一般には整域同士のテンソル積は整域になるとが限らないのですが、この場合はヒルベルトの零点定理があるので大丈夫でした。

2.6.1. 直積多様体

一般の代数多様体の直積の定義は、ちょっと面倒なので、アフィン代数多様体の直積から始める。

定義 2.6.1. (2 つのアフィン代数多様体の直積) V は \mathbb{C}^n 内のアフィン代数多様体で、 W は \mathbb{C}^m 内のアフィン代数多様体とする。 \mathbb{C}^n の座標系を $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ 、 \mathbb{C}^m の座標系を $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_m)$ とし、 V, W の定義イデアルを

$$I_V = (f_1, \dots, f_r), \quad I_W = (g_1, \dots, g_s)$$

とし、座標環を

$$R_V = \mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]/I_V, \quad R_W = \mathbb{C}[Y_1, \dots, Y_m]/I_W$$

とする。直積集合

$$V \times W = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^m \mid \mathbf{x} \in V, \mathbf{y} \in W\}$$

を考える。 $(m+n)$ 変数多項式環 $S = \mathbb{C}[X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m]$ を考える。 $f_1, \dots, f_r, g_1, \dots, g_s \in S$ とみなせる。 $V \times W$ は \mathbb{C}^{n+m} 内で $f_1 = \dots = f_r = g_1 = \dots = g_s = 0$ で定まる代数的集合である。 $I = (f_1, \dots, f_r, g_1, \dots, g_s) \subset S$ とする。次の命題 2.6.2b(2) より I は素イデアルであるので、 $R := S/I$ を座標環とするアフィン代数多様体 $V \times W$ を V と W の直積と言う。

包含写像 $R_V \subset R, R_W \subset R$ が正射影 $V \times W \rightarrow V, V \times W \rightarrow W$ に付随する座標環の準同型写像である。

- 命題 2.6.2b. (1) $V \times W$ は既約な代数的集合である。
 (2) I は S の素イデアルである。
 (3) V, W が非特異ならば、 $V \times W$ は非特異である。

証明. (1) $V \times W$ のあるザリスキー閉集合 $Z_1, Z_2 \neq V \times W$ により、 $V \times W = Z_1 \cup Z_2$ と書けたとする。 $V_i = \{x \in V \mid x \times W \subset Z_i\}$ とおくと、 $V = V_1 \cup V_2$ である。 V は既約だから、 $V = V_1$ または $V = V_2$ が成り立つ。しかし、 $V = V_i$ とすると、 $V \times W = Z_i$ となり矛盾する。したがって、 $V \times W$ は既約である。

(2) S のイデアル $I_V^S = (f_1, \dots, f_r)$, $I_W^S = (g_1, \dots, g_s)$ を考える . $I_V^S + I_W^S = I$ である . また , $J := \{h \in S \mid \text{任意の } P \in V, Q \in W \text{ に対して } h(P, Q) = 0\}$ とおく . $V \times W$ が既約で $\sqrt{J} = J$ なので J は S の素イデアルで , $I \subset J$ である .

$J \subset I$ を示す . 勝手な $\psi \in J$ を取る . 一般に $\varphi \in S$ に対し , I_V^S を法とした同値類を $\bar{\varphi} \in S/I_V^S$ と書くことにする . $X = (X_1, \dots, X_n)$, $Y = (Y_1, \dots, Y_m)$ と略記すると , $S/I_V^S = R_V[Y]$ なので , ある $h_1, \dots, h_t \in \mathbb{C}[Y] \subset S$ と , $a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_t \in \mathbb{C}[X] \subset S$ を取り , $\bar{\psi} = \bar{a}_1 g_1 + \dots + \bar{a}_s g_s + \bar{b}_1 h_1 + \dots + \bar{b}_t h_t$ と書ける . ここで , $g_1, \dots, g_s, h_1, \dots, h_t$ は \mathbb{C} 上線形独立であるように選べる . $\psi \in J, g_i \in I_W$ だから , 任意の $P \in V, Q \in W$ に対し ,

$$\begin{aligned} 0 &= \bar{\psi}(P, Q) = \bar{a}_1(P)g_1(Q) + \dots + \bar{a}_s(P)g_s(Q) + \bar{b}_1(P)h_1(Q) + \dots + \bar{b}_t(P)h_t(Q) \\ &= b_1(P)h_1(Q) + \dots + b_t(P)h_t(Q) \end{aligned}$$

である . $P \in V$ を固定したとき , ヒルベルトの零点定理から , $b_1(P)h_1(Y) + \dots + b_t(P)h_t(Y) \in I_W$ である . $g_1(Y), \dots, g_s(Y), h_1(Y), \dots, h_t(Y)$ は \mathbb{C} 上線形独立であるから $b_1(P) = \dots = b_s(P) = 0$ である . $P \in V$ を動かすと $\bar{b}_1 = \dots = \bar{b}_s = 0$ で , $\bar{\psi} = \bar{a}_1 g_1 + \dots + \bar{a}_s g_s$ である . $\psi_2 = a_1 g_1 + \dots + a_s g_s \in I_W^S$ とする . $\bar{\psi} - \bar{\psi}_2 = 0 \in S/I_V^S$ だから , $\psi_1 := \psi - \psi_2 \in I_V^S$ である . よって , $\psi = \psi_1 + \psi_2 \in I_V^S + I_W^S = I$ となる . したがって , $J \subset I$ で $I = J$ となる .

(3) $P \in V, Q \in W$ に対し , $\mathcal{O}_{V,P}$ の正則パラメータ系を (x_1, \dots, x_d) とし , $\mathcal{O}_{W,Q}$ の正則パラメータ系を (y_1, \dots, y_e) とする ($d = \dim V, e = \dim W$) . $P \times Q \in V \times W$ が非特異点であることを示す .

$P \times Q \in V \times W$ に対応する R の極大イデアルは $\mathfrak{m} = \mathfrak{m}_P R + \mathfrak{m}_Q R$ ($\mathfrak{m} \subset R_V, \mathfrak{m}_P \subset R_W$ は点 P, Q に対応する極大イデアル) と書ける . そこで , $x_i, y_j \in \mathfrak{m} R_{\mathfrak{m}}$ とみなせる . $\mathfrak{m}_P R \subset (x_1, \dots, x_d)R + \mathfrak{m}^2$, $\mathfrak{m}_Q R \subset (y_1, \dots, y_e)R + \mathfrak{m}^2$ であるから , $(x_1, \dots, x_d, y_1, \dots, y_e)$ は $\mathfrak{m}/\mathfrak{m}^2$ を生成し , $\dim(V \times W) = d + e$ であるから , これは $\mathcal{O}_{V \times W, (P, Q)}$ の正則パラメータ系である . \square

参考 2.6.3. テンソル積で表せば ,

$$\begin{aligned} S &= \mathbb{C}[X_1, \dots, X_n] \otimes_{\mathbb{C}} \mathbb{C}[Y_1, \dots, Y_m] \\ S/I &= (\mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]/I_V) \otimes_{\mathbb{C}} (\mathbb{C}[Y_1, \dots, Y_m]/I_W) \end{aligned}$$

である .

注意 2.6.4. $V \times W$ のザリスキー位相は , $V \times W \subset \mathbb{C}^{m+n}$ によって , \mathbb{C}^{m+n} のザリスキー位相から定まる位相である . この位相は , V のザリスキー位相と W のザリスキー位相の直積位相とは一致しない .

2.6.2. 射影多様体の直積

X, Y は代数多様体で, $\{U_1, \dots, U_p\}$ は X のアフィン開被覆, $\{W_1, \dots, W_q\}$ は Y のアフィン開被覆とする. 集合として $U_i \times W_j \subset X \times Y$ で,

$$X \times Y = \bigcup_{i=1}^p \bigcup_{j=1}^q U_i \times W_j$$

である. ここで, 各 $U_i \times W_j$ はアフィン代数多様体の構造を持っている. $\{U_i \times W_j \mid 1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq q\}$ を $X \times Y$ のアフィン開被覆として, 集合 $X \times Y$ に代数多様体の構造を定めることができる.

定義 2.6.5. (ここからは, もとの本のまま)

p.88. 定義 2.6.5 の 6 行目

誤: これは多項式写像なので, 射影多様体の正則写像であり,

正: これは多項式写像なので, 代数多様体の正則写像であり,

p.89. 命題 2.6.9 の直前

以下の項見出しを追加して, ここで項を分けます.

2.6.3. 次元定理

p.89. 命題 2.6.9 の証明の Step 3 の 2 ~ 3 行目

誤: 点 $P \in Z$ と, P を含む Z の座標開集合 $P \in U \subset Z$ を取り, (x_1, \dots, x_n) ($n = \dim Z$) をその広義局所座標系とする.

正: 点 $P \in Z$ と, P を含む V の座標開集合 $P \in U \subset V$ を取り, (x_1, \dots, x_n) ($n = \dim V$) をその広義局所座標系とする.

p.90. 9 ~ 19 行目

13 行目を以下のように訂正して, 9 ~ 19 行目全体を p.88 の定義 2.6.5 の直前に移動して下さい.

誤: もし, X か Y が非特異であれば $U_i \times W_j$ も非特異アフィン代数多様体なので,

正: もし, X か Y が非特異であれば $U_i \times W_j$ もアフィン代数多様体なので,

p.94. 下から 10 行目

誤: このとき,

正: f が U 上で正則なとき,

p.101. 定義 3.2.8. (補足説明)

$L(D)$ と $\Omega(D)$ が \mathbb{C} -ベクトル空間になることの証明を補足します .

$$D = \sum_{i=1}^r m_i P_i \quad (P_1, \dots, P_r \text{ は相異なる点}) \text{ とする . } f, g \in L(D) \text{ のとき } f+g \in L(D)$$

を示す . $D + \text{div}(f) \geq 0$ より $m_i + \text{ord}_{P_i} f \geq 0$ である .

$$\text{ord}_{P_i}(f+g) \geq \min \{ \text{ord}_{P_i} f, \text{ord}_{P_i} g \} \geq -m_i$$

なので , $D + \text{div}(f+g) \geq 0$ である . よって , $f+g \in L(D)$ である . $c \in \mathbb{C} - \{0\}$ に対して , $\text{div}(cf) = \text{div}(f)$ なので $cf \in L(D)$ で , $L(D)$ は \mathbb{C} -ベクトル空間である . $\Omega(D)$ が \mathbb{C} -ベクトル空間であることの証明も同様である .

p.103. 例 3.2.7 の 2 行目

誤: $P = (0 : 1) \in \mathbb{P}^2$ とし ,

正: $P = (0 : 1) \in \mathbb{P}^1$ とし ,

p.103. 定義 3.2.8 の 5 行目の後

5 行目の後に次の文を追加してください .

また , $L(D)$, $\Omega(D)$ は複素ベクトル空間であることに注意する .

p.103. 命題 3.2.9(4) の 2 行目の

誤: $\psi: L(D)/\mathbb{C}^\times \rightarrow |D|$

正: $\psi: (L(D) - \{0\})/\mathbb{C}^\times \rightarrow |D|$

p.104. 定理 3.2.10 の 1 行目

誤: D, D' は C 上の因子とすると ,

正: D は C 上の因子とすると ,

p.104. 定理 3.2.10 の証明の最後の行

誤: $f\omega_0 \in \Omega$ である .

正: $f\omega_0 \in \Omega(D)$ である .

p.105. 命題 3.2.14 の証明の 5 行目

$$f(t) = \sum_{k=-n-r}^{\infty} a_k t^k \text{ を } f = \sum_{k=-n-r}^{\infty} a_k t^k \text{ に変更して下さい . (記述の統一です.)}$$

p.106. 命題 3.2.14 の証明の最後の行

$f(t) \in L(D)$ を $f \in L(D)$ に変更して下さい . (記述の統一です.)

p.106. 系 3.2.15

以下の原稿ように証明を追加します (自明だと思いますが) .

系 3.2.15. C が非特異射影曲線で, n が自然数のとき,

$$\dim_{\mathbb{C}} L(D + nP) \leq n + \dim_{\mathbb{C}} L(D)$$

である .

証明. 完全系列 $0 \rightarrow L(D) \rightarrow L(D + nP) \rightarrow \text{Im } \varphi \rightarrow 0$ と, $\text{Im } \varphi \subset \mathbb{C}^n$ よりわかる . □

p.107. 定義 3.3.1a の 2 行目

変更前: \mathcal{M} の部分加群 $\mathcal{F}(U)$

変更後: \mathcal{M} の部分 \mathbb{Z} -加群 $\mathcal{F}(U)$

p.111. 注意 3.3.4 の 3 行目

誤: \mathcal{O}_X -加群の簡易層は有限次元 \mathbb{C} -ベクトル空間と同一視できる .

正: \mathcal{O}_X -加群の簡易層は \mathbb{C} -ベクトル空間と同一視できる .

p.111. 定義 3.3.6 の直前の行

誤: $D = \text{div}(f)$ と書ける

正: $D|_U = \text{div}(f)|_U$ と書ける

p.112. 定義 3.3.8 の最後から 2 行目 (初版・新装版では誤植なし)

誤: $\Omega_C^1(U) = \mathcal{O}_C(U) \cdot dx$ であるので,

正: $\Omega_C^1(U) = \mathcal{O}_C(U) \cdot dx$ であるので,

p.113. 3.3.3 の 12 行目

修正前: $r < 0$ または $r > \#I$ であれば $\mathcal{J}_r = \phi$ である .

修正後: $r < 0$ または $r \geq \#I$ のときは $\mathcal{J}_r = \phi$ とする .

p.114. 1 行目

修正前: ただし, $r < 0$ または $r > \#I$ のときは,

修正後: ただし, $r < 0$ または $r \geq \#I$ のときは,

p.115. 定義 3.3.12 の最後の行

修正前: 定義から, $r < 0$ または $r > \#I$ ならば

修正後: 定義から, $r < 0$ または $r \geq \#I$ ならば

p.116. 命題 3.3.14b(1) の証明 .

下記の証明と差し替えて下さい .

[差し替え原稿]

(1) $f \in H^0(X, \mathcal{O}_X) = \mathcal{O}_X(X)$ は正則写像 $f: X \rightarrow \mathbb{C}$ を定める . $f(X)$ は解析的位相に関してコンパクトかつ連結な \mathbb{C} の代数的集合だから 1 点である . つまり, f は定数関数である .

p.117. 命題 3.3.15 の証明の最後の 2 行 .

誤: $U'_2 = U - (H_1 \cup \dots \cup H_s)$ とおく . U'_2 はアフィン開集合で, $t = f - f(P)$ は点 P での正則パラメータになる .

正: $U'_2 = U_2 - (H_1 \cup \dots \cup H_s)$ とおく . U'_2 はアフィン開集合で, $t = f - f(P)$ は U'_2 の任意の点 P において正則パラメータになる .

p.121. 補題 3.4.3a 2 行目

誤: U_1 はアフィン開集合で, $U_0 \cup U_1 = C$ を満たすと仮定する .

正: U_1 はアフィン開集合で, $U_0 \cup U_1 = C$, $U_1 \cap V_{U_0}(x) = \phi$ を満たすと仮定する .

p.123. 15 行目 (定理 3.4.5 の証明の (II) の 2 行手前)

誤: $C - U_1 = \{P_1, \dots, P_r\}$

正: $C - U_0 = \{P_1, \dots, P_r\}$

p.123. 定理 3.4.5 の証明の (III) の 1 行目

誤: $\omega \in \text{Rat}(C)$ が存在する

正: $\omega \in \Omega_{\text{Rat}(C)}$ が存在する

p.124. 12 行目

誤: $\varphi_n: H^1(D - nP) \times \Omega(-D + nP) \rightarrow H^1(\Omega_C^1)$

正: $\varphi_n: H^1(D - nP) \times \Omega(-D + nP) \rightarrow \mathbb{C}$

p.125. 1 行目

誤: $(\text{ord}_x f \leq m - 1)$

正: $(\text{ord}_x h \leq m - 1)$

p126, 定理 3.4.9 の証明の 2 行目

誤: C 上の正則微分形式 ω が定まる .

正: C 上の有理微分形式 ω が定まる .

p130, 系 3.5.5 の証明の 1 行目

誤: $g(X) = g(Y)$ の場合 ,

正: $g(X) = g(Y) = 1$ の場合 ,

p131, 定理 3.5.12 の証明の 2 ~ 3 行目

誤: $i \geq 1$ のとき , $\varphi^*(X_i/X_0) = 0$ で定まる \mathbb{P}^N の超曲面が $\varphi(H_i)$ であるが , これの超曲面の次数を d_i とする .

正: $i \geq 1$ のとき , $\varphi^*(X_i/X_0) = 0$ で定まる \mathbb{C}^n 内の超曲面の射影化が $\varphi(H_i)$ であるが , この超曲面の次数を d_i とする .

p133, 命題 3.5.15b の 1 行目

誤: 豊富

正: アンブル

p133 ~ 134, 定理 3.5.15b の証明の 3 ~ 4 行目

記号の混乱がありました . f_j を全部 g_j に書き換えて下さい , つまり,

[修正後]

$P_j \in \text{Supp } D$ に対し $\text{ord}_P g_j = -m_j$ を満たす $g_j \in L(D)$ を取る . $Q_j = \Phi_D(P_j)$ とし , 例えば , $Q_j \in U_1$ であると仮定しておく . $h_i = f_i/g_j$ とするとき , P_j の近傍で $\Phi_D = (h_1, \dots, h_l)$ である . $\Gamma \cap U_1$ 上で考えて , $h_l = 1/g_j$ は点 Q_j で m_j 位の零点を持つから , X_l/X_1 は点 Q_j で m_j 位の零点を持つ .

p134 ~ 135, 定理 3.5.16a の証明の 2 行目

旧: 定義 3.5.15 の条件 (2) が成り立つ .

新: $f \in L(D) - L(D - P_1)$ が定義 3.5.15 の条件 (2) を満たす .

p135, 3 行目

誤: ところで , $g \in L(D)$ は (3.4) のように表せるから ,

正: ところで , $g_i \in L(D)$ は (3.4) のように表せるから ,

p135, 系 3.5.17 の証明の 2 行目

誤: $\deg(K_C - D') \geq (2g - 2) - (2g - 1) < 0$

正: $\deg(K_C - D') \leq (2g - 2) - (2g - 1) < 0$

p.135, 10 行目

誤: 豊富

正: アンブル

p.137. 5 行目

$$\text{誤: } y^2 + a_2xy + a_4y = \left(y + \frac{a_2}{2}x + \frac{a_4}{2}\right)^2 - \frac{a_2^2}{4}x^2 - \frac{a_2a_4}{2}x - \frac{a_4^2}{4}$$

$$\text{正: } y^2 + a_2xy + a_4y = \left(y + \frac{a_2}{2}x + \frac{a_4}{2}\right)^2 - \frac{a_2^2}{4}x^2 - \frac{a_2a_4}{2}x - \frac{a_4^2}{4}$$

p.137. 9 行目

$$\text{誤: } x_1^3 + b_1x_1^2 + b_2x_1 + b_3 = (x_1 - \alpha_1)(x_1 - \alpha_2)(x_1 - \alpha_3)$$

$$\text{正: } x_1^3 + b_1x_1^2 + b_2x_1 + b_3 = (x_1 - \alpha_1)(x_1 - \alpha_2)(x_1 - \alpha_3)$$

p.137. 下から 6 行目 (補題 3.6.3 の 4 行目)

$$\text{誤: } \frac{\lambda}{1 - \lambda},$$

$$\text{正: } \frac{\lambda}{\lambda - 1},$$

p.138. 補題 3.6.4 の証明の最初の 5 行

証明を分かり易くするため, 以下のように書き換えます.

証明. $\psi: E_\lambda \rightarrow E_{\lambda'}$ を同型写像, $P = (0 : 1 : 0) \in E_\lambda \subset \mathbb{P}^2$, $Q = \psi(P) \in E_{\lambda'}$ とする. ある $x' \in L(2Q) - \mathbb{C}$ と $y' \in L(3Q) - L(2Q)$ により, $E_{\lambda'}$ は

$$y'^2 = x'(x' - 1)(x' - \lambda') \quad (3.11)$$

の射影化として表すことができる. $\psi^*y' \in L(3P) - L(2P)$, $\psi^*x' \in L(2P) - \mathbb{C}$ だから,

p.139. 8 行目 (定理 3.6.6 の直後)

証明. という部分を削除して下さい. ここからの説明は, 定理 3.6.6 の証明ではありません.

p.145

誤: 命題 3.7.1

正: 定義 3.7.1

p.145

誤: 命題 3.7.2

正: 定義 3.7.2

p.148 12 行目

誤: 「 $\iota(P) = Q \iff \varphi(P) = \varphi(Q)$ 」

正: 点 $P \neq Q \in C$ に対し 「 $\iota(P) = Q \iff \varphi(P) = \varphi(Q)$ 」

p.148 定理 3.7.6 の証明の 3 行目

誤: 補題 3.7.4 より,

正: 命題 3.7.4 より,

p.163 3 行目. 補題 4.1.4 の証明の 5 行目

誤: $(f_1, \dots, f_r) = R$ なので, $(f_1, \dots, f_r) = R$ なので,

正: $(f_1, \dots, f_r) = R$ なので,

p.167. 定理 4.1.11 の 3 行目

誤: $H^r(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \cong H^r(\mathcal{U}', \mathcal{F})$

正: $H^r(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \cong H^r(\mathcal{W}, \mathcal{F})$

p169. 補題 4.1.15 の証明のうち, (3) の証明の 10 行目

誤: $\pi_L(x) = \pi_L(x' + f(x_1)) = \pi_L(x) + \pi_L(f(x_1)) = \pi_L(x')$

正: $\pi_L(x) = \pi_L(x' + f(x_1)) = \pi_L(x') + \pi_L(f(x_1)) = \pi_L(x')$

p181. 命題 4.2.11 の証明の 4 ~ 11 行目

以下の証明と差し替えて下さい。

[差し替え原稿]

逆に, $\mathcal{O}_X(D_1) \cong \mathcal{O}_X(D_2)$ と仮定する. 命題 4.2.8b より, 任意の点 $P \in X$ に対し, P のアフィン開近傍 U を十分小さく選べば, ある $f_U, g_U \in \text{Rat}(X)$ が存在して, $D_1 = \text{div}(f_U)$, $D_2 = \text{div}(g_U)$ と書ける. $\varphi_U : \mathcal{O}_X|_U \rightarrow (\mathcal{O}_X(D_1 - D_2))|_U$ を f_U/g_U 倍写像とする. X をこのようなアフィン開集合 U_i 達で覆うと, $U_i \cap U_j$ 上では $\varphi_{U_i}|_{U_i \cap U_j} = \varphi_{U_j}|_{U_i \cap U_j}$ が成り立つから, $\{\varphi_{U_i}\}$ から準同型写像 $\varphi : \mathcal{O}_X \xrightarrow{\cong} \mathcal{O}_X(D_1 - D_2)|_U$ が誘導され, 各 φ_{U_i} が同型写像だから, φ も同型写像になる. $1 \in H^0(X, \mathcal{O}_X)$ の像を $h = \varphi(1) \in \text{Rat}(X)$ とおけば, $D_1 - D_2 = \text{div}(h)$ なので, $D_1 = \text{div}(h) + D_2$ となる. \square

p181. 命題 4.2.11b の 2 行目

誤: (1) S が \mathbb{P}^n の d 次超曲面ならば,

正: (1) S が \mathbb{P}^n の d 次超曲面ならば,

p181. 命題 4.2.11b の証明の 2 行目

誤: F は d 次斉次式, G は 1 次斉次式である.

正: F は 1 次斉次式, G は d 次斉次式である.

p182. 9 行目

誤: 定義 4.2.14.

正: 定理 4.2.14.

p184. 例 4.2.18d の 4 行目

誤: 系 5.3.9 より

正: 系 3.5.9 より

p184. 例 4.2.18d の 6 ~ 7 行目

文章が変でした. 以下のように書き直して下さい.

[修正後]

第 6.8.2 項, 第 6.8.3 項で説明するが, 一般に X が楕円曲線のとき次のことが成り立つ. $X \cong \mathbb{C}/L$ として加群の構造を考え, $P_0 \in X$ を加群の単位元を与える点とする. $P \in X$ に対して $P - P_0 \in \text{Pic}(X)$ を対応させる

p187. 命題 4.2.23b の 3 行目

誤: $U = X - \text{Bs}_0 |D| = X = \text{Bs} |M|$ とする.

正: $U = X - \text{Bs}_0 |D| = X - \text{Bs} |M|$ とする.

p192. 定理 4.2.32 の証明の最後から 3 行目

誤: $X_n^e \cdot g_I \in (S_I)_{m+e}$ となる. つまり,

正: $X_n^e \cdot g_I \in S_{m+e} \subset \mathbb{C}[X_0, \dots, X_n]$ となる. よって,

p193. 補題 4.2.32b の証明の最後から 2 行目

誤: $\frac{(m+n)}{m! n!}$

正: $\frac{(m+n)!}{m! n!}$

p193. 定義 4.2.32c の 3 行目

誤: $\mathfrak{G}(U) = \mathfrak{F}_1(U) \oplus \mathfrak{F}_2(U) \oplus \cdots \oplus \mathfrak{F}_r(U)$

正: $\mathfrak{G}(U) = \mathfrak{F}_1(U) \oplus \mathfrak{F}_2(U) \oplus \cdots \oplus \mathfrak{F}_r(U)$

p194. 定義 4.2.33c の 2 行目

誤: R -次数付き加群

正: R -次数付き加群 M を

p195. 補題 4.2.33d の証明の最後から 4 行目

誤: $X_j^{m_i} \in S_m \subset S$

正: $X_j^{m_i} \in S_{m_i} \subset S$

p199. 定義 4.2.41 の最後から 7 ~ 8 行目

誤: ここで, $H^0(Y, \mathcal{O}_Y(D|_Y))$ を単に $H^0(Y, \mathcal{O}_Y(D))$ とも書く.

正: ここで, $\mathcal{O}_Y(D|_Y)$ を単に $\mathcal{O}_Y(D)$ とも書く.

p200. 定理 4.2.42a(2) の証明の 1 ~ 3 行目

誤: $D = A_1 - A_2$ (A_1, A_2 は超曲面) で $C \not\subset A_1, C \not\subset A_2$ と表しておく. (中略) h の極に U は含まれないので,

正: $D = A_1 - A_2$ (A_1, A_2 は超曲面) で $Y \not\subset A_1, Y \not\subset A_2$ と表しておく. (中略) h の極に Y は含まれないので,

p200. 定理 4.2.43a の 1 行目とその証明の 3 行目

誤: 連接

正: 連接な

p205. 定理 4.3.2 の 2 行目の式の右辺

誤: $dx_{i_1} \wedge dx_{i_2} \wedge \cdots \wedge dx_{i_r}$

正: $dx_{i_1} \wedge dx_{i_2} \wedge \cdots \wedge dx_{i_r}$

p208. 16 ~ 17 行目

誤: Y 上では $0 = df = \sum_{j=1}^n \frac{\partial x_n}{\partial y_j} dy_j = \sum_{j=1}^n f_{y_j} dy_j$ であるから,

$$dy_n = -\frac{1}{f_{y_n}} \sum_{j=1}^{n-1} f_{y_j} dy_j$$

正: Y 上では $0 = df = \sum_{j=1}^n \frac{\partial x_n}{\partial y_j} dy_j = \sum_{j=1}^n f_{y_j} dy_j$ であるから,

$$dy_n = -\frac{1}{f_{y_n}} \sum_{j=1}^{n-1} f_{y_j} dy_j$$

p208. 下から 3 行目

誤: $\left(-\frac{1}{f_{y_n}} \sum_{j=1}^{n-1} f_{y_j} dy_j \right)$

正: $\left(-\frac{1}{f_{y_n}} \sum_{j=1}^{n-1} f_{y_j} dy_j \right)$

p209. 下から 11 行目

誤: 写像 $\psi: \mathcal{O}_Y(K_Y - D|_Y) \rightarrow \mathcal{O}_D(K_X)$ を,

正: 写像 $\psi: \mathcal{O}_Y(K_Y - Y|_Y) \rightarrow \mathcal{O}_X(K_X)$ を,

p210. 11 行目

誤: $r+1 \leq i \leq i \leq n$ に対して,

正: $r+1 \leq i \leq j \leq n$ に対して,

p211. 定理 4.4.41 の 1 行目

誤: R はネーター整域とする.

正: R はアフィン代数多様体の座標環とする.

p211. 下から 5 行目

誤: $x \in S(R)$ は R 上整な元とすると,

正: $x \in Q(R)$ は R 上整な元とすると,

p229. 注意 5.1.13a の最後の行

仮定を正確に書いてないのが悪いのですが, P が F の非特異点のときは $d\varphi_P$ は全射ですが, P が F の特異点のときは全射にはなりません.

誤: $0 \rightarrow T_{F,P} \rightarrow T_{S,P} \xrightarrow{d\varphi_P} T_{\Gamma,Q} \rightarrow 0$

正: $0 \rightarrow T_{F,P} \rightarrow T_{S,P} \xrightarrow{d\varphi_P} T_{\Gamma,Q}$

p232. 8 行目と 16 行目

誤: と中心とした

正: を中心とした

p237. 7 行目

誤: $\text{ann}(\bar{x}) = \sqrt{\mathfrak{q}_1}$ を示す .

正: $\text{ann}(\bar{x}_1) = \sqrt{\mathfrak{q}_1}$ を示す .

p238. $(K) \implies (S_2)$ の証明の 6 行目

誤: 単射 $\varphi R/aR \longrightarrow$

正: 単射 $:\varphi R/aR \longrightarrow$

p241. 定理 5.3.6a.

以下のように , 表現を修正します .

[差し替え原稿]

定義 5.3.6a. X, Y は代数多様体 , $\varphi: X \rightarrow Y$ は正則写像 , $\pi: \mathbb{P}^n \times Y \rightarrow Y$ は正射影とする . ある自然数 n と閉部分多様体 $Z \subset \mathbb{P}^n \times Y$ と同型写像 $\psi: X \rightarrow Z$ が存在し , $\varphi = \pi \circ \psi$ が成り立つとき , φ は射影 (的) 正則写像であると言う .

p241. 定理 5.3.6c の証明の 3 行目

誤: $\varphi^{-1}(P) = Z_1 \cup X_2, Z_1 \cap Z_2 = \phi$ と 2 つ以上の代数的集合

正: $\varphi^{-1}(P) = Z_1 \cup Z_2, Z_1 \cap Z_2 = \phi$ と 2 つの代数的集合

p243. 定理 5.3.9 の証明の 6 行目

誤: $Z \cap \text{Supp } D = \varphi, Z \cap \text{Supp } D' = \varphi$

正: $Z \cap \text{Supp } D = \phi, Z \cap \text{Supp } D' = \phi$

p.251. 1 行目. 13 ~ 14 行目

X が 2 つの意味で使われているので , 3ヶ所の X を T と書き換えて下さい . その結果 , 以下のようになります .

[修正後]

R はネーター局所環 , M は R -加群 , $T \subset M$ とする .

$$\text{ann}(T) = \{a \in R \mid \text{任意の } x \in T \text{ に対して } ax = 0\}$$

p.258. 定理 5.4.4j の証明の 3 行目.

誤: $0 \longrightarrow \mathfrak{J}/\mathfrak{J}$

正: $0 \longrightarrow \mathfrak{J}/\mathfrak{J}^2$

p260. 定理 5.4.6c の 1 行目

誤: (サリスキー (Zariski) 分解)

正: (ザリスキー (Zariski) 分解)

p262. 系 5.4.6d の 3 行目とその証明の 5 行目, 6 行目

同じ間違いが 3ヶ所あります .

誤: $H^0(S, \mathcal{O}_S(mm_0D))$

正: $H^0(S, \mathcal{O}_S(mm_0D))$

p263. 補題 5.4.7 の証明の 18 行目

誤: β を少し動かしても m 値が変わらない

正: β を少し動かしても m の値が変わらない

p268. 下から 6 行目

誤: $\text{Bs } V := \bigcap_{D' \in V} \text{Supp } D' = \phi$

正: $\text{Bs } V := \{P \in C \mid \text{任意の } f \in V \text{ に対して } f(P) = 0\} = \phi$

p275. 下から 8 行目

誤: 点 P における接ベクトル $t_1 \neq t_2 \in T_{X,P}$

正: 点 P における 1 次独立な接ベクトル $t_1, t_2 \in T_{X,P}$

p.277. 1 行目. 補題 5.5.16a(1) の証明の 4 行目

誤: $m\pi_P^*D|_{\sim 0}$ となので ,

正: $m\pi_P^*D|_{C_P} \sim 0$ なので ,

p.277. 下から 9 行目. 補題 5.5.16a(2) の証明 (II) の 1 行目

誤: (II) $P \in S$ と 0 でない接ベクトル $t_1 \neq t_2 \in T_{S,P}$ を取る .

正: (II) $P \in S$ と 1 次独立な接ベクトル $t_1, t_2 \in T_{S,P}$ を取る .

p.277. 下から 4 行目. 補題 5.5.16a(2) の証明 (II) の 6 行目

誤: $\psi_m(C) \subset \Phi_m(S) \subset \mathbb{P}^n = \mathbb{P}(L_S(mD)^\vee)$ とみなす .

正: $\phi_m(C) \subset \Phi_m(S) \subset \mathbb{P}^n = \mathbb{P}(L_S(mD)^\vee)$ とみなす .

p.280. 11 行目.

誤: $\deg C|_C = (C^2)_S = m$ のとき ,

正: $\deg C|_C = (C^2)_S = d$ のとき ,

p.280. 13 行目.

誤: $\mathcal{J}_C/\mathcal{J}_C^2 \cong \mathcal{O}_C(-C) \cong \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(-m)$

正: $\mathcal{J}_C/\mathcal{J}_C^2 \cong \mathcal{O}_C(-C) \cong \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(-m)$

p.280. 14 行目.

誤: いま, $m = 0$ だから,

正: いま, $d = 0$ だから,

p.280. 下から 3 行目.

誤: $0 < (D' \cdot C)_S = ((K_S - mD) \cdot C)_S < 0$

正: $0 \leq (D' \cdot C)_S = ((K_S - mD) \cdot C)_S < 0$

p.281. 8 ~ 9 行目.

誤: 任意の $f \in R'_P$ は十分大きな m を選べば $L_{C'}(\pi^*(mD + B))$ の元の像として書け, R'_P/R_P は有限次元 \mathbb{C} -ベクトル空間なので,

正: 任意の $f \in R'_P/R_P$ は十分大きな m を選べば $L_{C'}(\pi^*(mD + B))$ の元の像として書け, $\text{Sing}(C)$ は有限次元集合なので,

p.364. 命題 6.8.11c の 1 行目.

誤: $\varphi: X \rightarrow Y$ は正則写像とする.

正: $\varphi: X \rightarrow Y$ は有限写像とする.

記号索引

以下の 13 個の項目のページ番号が間違っていて, 正しいページ番号より 1 だけ小さい値になっていました.

$\dim V$	43	44
$H^r(C, \mathcal{F})$	118	119
$(\mathbb{P}^n)^\vee$	131	132
$\Omega_{\text{Rat}(X)}^r$	204	205
$\varphi_*\mathcal{F}$	306	307
$D_1 \equiv D_2$	258	259
\mathcal{F}_P	303	304
$X \times Y$	362	363
$\overline{\text{NE}}(X)$	371	372
$\kappa(X)$	372	373

$\text{Spec } \mathcal{S}$	386	387
$\text{Proj } \mathcal{S}$	386	387

用語索引

以下の 56 個の項目のページ番号が間違っていました .

(-2)-曲線	405	406
*-作用素	352	353
Minkovski の定理	465	466
UFD	175	176
Zariski の補題	425	426
Zariski 分解	371	260
アルバネーゼ写像	361	362
飯高次元	372	373
エンリッケス・カステルヌオーの定理	264	265
可微分多様体	289	290
可約	347	348
基本サイクル	408	409
局所化	47	48
倉西空間	377	378
倉西族	377	378
小平次元	372	373
コホモロジー	118	119
コントラクション	264	265
ザリスキーの補題	425	426
ザリスキー分解	371	260
算術的同値	258	259
次元	43	44
準コンパクト	90	91
順像	306	307
正則写像	71	72
M -正則列	235	236
切断	427	428
全射	305	306

双対空間	131	132
双有理写像	185	186
双有理同値	185	186
素元分解整域	175	176
第 1 種例外曲線	264	265
代数 (多元環)	26	26 ~ 27
単射	305	306
タンジェント多様体	221	222
単体的複体	293	294
単体分割	293	294
直積 (多様体)	86	87
定数層	107	108
同型 (簡易層)	112	113
同型写像 (簡易層)	112	113
特異点解消	210	211
ファイバー曲面	424	425
ファイバー積	362	363
複体	113	114
部分層	304	305
分岐	363	364
分岐公式	127	128
分岐指数	363	364
分岐点	363	364
ミンコフスキーの定理	465	466
有限多元環	26	27
有限生成 (多元環)	26	27
有限単体分割	293	294
連接 (層)	310	311